

Многокритериальная оптимизация периодичности профилактики информационно-технической стохастической системы

А. И. Коваленко, Г. Н. Рогачев

*Самарский государственный технический университет
443100, Самара, ул. Молодогвардейская, 244*

e-mail: grogachev@mail.ru

Аннотация. Для информационно-технической системы с периодической диагностикой и восстановлением решена задача многокритериальной оптимизации надежностных и экономических показателей функционирования. Время между доступами пользователей в систему имеет распределение общего вида. Вероятность отсутствия ошибки в системе зависит от периодичности проведения диагностики. Время восстановления пропорционально периодичности диагностики. Задача решается с помощью аппарата регенерирующих процессов.

Ключевые слова: многокритериальная оптимизация, обслуживание технических систем, стохастические системы.

1. Введение

Сегодня сложно представить функционирование предприятия без применения информационно-технических систем различной сложности. При этом особую значимость приобретает диагностика надежности функционирования самой системы [1]. Многие авторы для получения адекватных надежностных и экономических показателей функционирования информационно-технических систем применяют модели систем обслуживания. При этом чаще всего следует принимать во внимание возможность выхода обслуживаемых приборов из строя, как это сделано, например, в [2].

Часто оптимизация надежностных и экономических показателей функционирования системы решается еще на этапе проектирования. Одним из эффективных решений такого плана является планирование проведения диагностики и профилактических работ в системе [3]. В силу того, что непрерывная диагностика информационно-технических систем является дорогостоящей, применяют стратегию периодической диагностики.

Рассматривается система, к которой получают доступ пользователи. В системе могут происходить ошибки. Вероятность ошибки с течением времени возрастает. Чем больше период между моментами проведения диагностики, тем больше риск того, что система будет работать с ошибкой. С другой стороны, слишком частая

диагностика является дорогостоящей. Чтобы принять во внимание все эти факторы, проводится двухкритериальная оптимизация по экономическим критериям с ограничением сверху вероятности нормальной работы системы.

Система рассматривается как стохастическая. Строится модель одноканальной системы обслуживания с мгновенным обслуживанием и периодической диагностикой ее состояния. Для определения стационарных характеристик системы применяется аппарат регенерирующих процессов. Часто для того, чтобы упростить модель, считают, что случайные величины имеют экспоненциальное распределение (например, [3]). Здесь такие ограничения не приняты.

2. Постановка задачи

Рассмотрим информационно-техническую систему, в которой диагностика и восстановление осуществляются периодически. При этом работоспособность системы во время восстановления прерывается.

Система функционирует следующим образом. Время между доступами пользователей в систему — случайная величина (СВ) β с функцией распределения (ФР) $G(t) = P\{\beta \leq t\}$ и плотностью $g(t)$. В момент очередного доступа в систему начинается отсчет времени до проведения диагностики системы (проводится мгновенно) и восстановления системы (если необходимо). Диагностика проводится с периодом τ . С вероятностью $p(\tau)$, зависящей от периодичности диагностики, ошибка в системе не обнаруживается, и система продолжает функционировать в нормальном режиме. С вероятностью $q(\tau) = 1 - p(\tau)$ в системе обнаруживается ошибка и начинается ее восстановление. Во время проведения диагностики доступ в систему ограничен. Длительность восстановления прямо пропорциональна времени τ , которое система проработала до проведения диагностики. Коэффициент пропорциональности положим равным k . Предполагается, что СВ β имеет абсолютно непрерывную ФР и конечное математическое ожидание $M[\beta]$.

3. Построение математической модели

Для описания функционирования системы можно использовать полумарковский процесс с дискретно-непрерывным фазовым пространством состояний [4]. Так было сделано в работах [5, 6], однако с учетом того, что процесс, описывающий систему, является регенерирующим, стационарные характеристики системы можно определить с помощью временной диаграммы функционирования.

Временная диаграмма функционирования системы представлена на рис. 1.

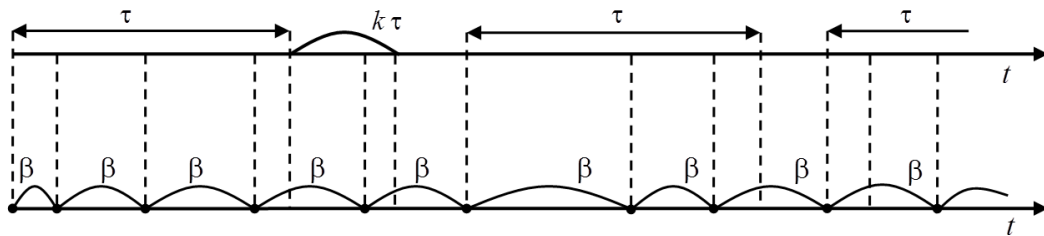


Рисунок 1. Временная диаграмма функционирования системы

Поскольку определяются стационарные характеристики системы, достаточно рассмотреть один период регенерации.

За момент начала периода регенерации примем начало отсчета периода τ диагностики. В рассматриваемой системе возможны два периода регенерации:

- с вероятностью $p(\tau)$ имеет место первый тип периода регенерации, когда ошибка в системе не обнаруживается;
- с вероятностью $q(\tau)$ — второй тип периода регенерации, когда в системе обнаруживается ошибка и проводится восстановление.

С помощью функции восстановления $H_g(\tau)$, порожденной СВ β , несложно понять, что длительность периода регенерации первого типа равна $M[\beta](1 + H_g(\tau))$, а второго типа — $M[\beta](1 + H_g(\tau + k\tau))$. Учитывая, что $k\tau$ — длительность проведения восстановления из постановки задачи и расставляя весовые коэффициенты $p(\tau)$ и $q(\tau)$, можно определить финальные вероятности пребывания прибора в подмножествах состояний 0 (проведение восстановления системы) и 1 (нормальный режим функционирования системы):

$$p_0(\tau) = \frac{k q(\tau) \tau}{M[\beta] p(\tau) (1 + H_g(\tau)) + q(\tau) M[\beta] (1 + H_g(\tau + k\tau))}; \quad (1)$$

$$p_1(\tau) = 1 - \frac{k q(\tau) \tau}{M[\beta] p(\tau) (1 + H_g(\tau)) + q(\tau) M[\beta] (1 + H_g(\tau + k\tau))}.$$

Пусть $S_1(\tau)$ — прибыль, получаемая за доступ пользователя в систему, убывающая по мере того, как уменьшается вероятность отсутствия ошибок в системе: $S_1(\tau) = S_1 p(\tau)$; S_1 — прибыль, получаемая за доступ пользователя в систему без ошибок; c_0 — затраты в единицу времени восстановления системы; C_2 — затраты на проведение одной диагностики; $1 + H_g(\tau)$ — количество доступов пользователей за период времени τ .

Экономические показатели функционирования системы, средняя удельная прибыль $S(\tau)$ в единицу календарного времени и средние удельные затраты $C(\tau)$ в единицу времени исправного функционирования системы определяются по формулам

$$S(\tau) = \frac{S_1(\tau)(1 + H_g(\tau)) - c_0 k q(\tau) \tau - C_2}{M[\beta] p(\tau)(1 + H_g(\tau)) + q(\tau) M[\beta](1 + H_g(\tau + k\tau))}; \quad (2)$$

$$C(\tau) = \frac{c_0 k q(\tau) \tau + C_2}{M[\beta] p(\tau)(1 + H_g(\tau)) + q(\tau) M[\beta](1 + H_g(\tau + k\tau)) - k q(\tau) \tau}.$$

Используя полученные результаты, выпишем стационарные характеристики частной системы, для которой $g(t) = \lambda e^{-\lambda t}$, $p(\tau) = \mu / (\mu + \tau)$, $\tau \geq 0$. Формулы (1) и (2) принимают вид:

$$p_0(\tau) = \frac{k \lambda \tau^2}{\lambda(1+k)\tau^2 + (1+\lambda\mu)\tau + \mu}, \quad p_1(\tau) = \frac{\lambda\tau^2 + (1+\lambda\mu)\tau + \mu}{\lambda(1+k)\tau^2 + (1+\lambda\mu)\tau + \mu},$$

$$S(\tau) = \lambda \frac{(S_1(\tau)\lambda\mu - C_2)\tau - c_0 k \tau^2 + \mu(S_1(\tau) - C_2)}{\lambda(1+k)\tau^2 + (1+\lambda\mu)\tau + \mu}, \quad C(\tau) = \lambda \frac{c_0 k \tau^2 + C_2 \tau + C_2 \mu}{\lambda\tau^2 + (1+\lambda\mu)\tau + \mu}.$$

4. Определение оптимальной периодичности проведения восстановления системы

В качестве критериев оптимальности функционирования рассматриваемой системы обслуживания приняты:

- 1) позитивный критерий — средний удельный доход в единицу календарного времени $S(\tau)$;
- 2) негативный критерий — средние удельные затраты в единицу времени исправного функционирования системы $C(\tau)$;
- 3) позитивный критерий — финальная вероятность пребывания системы в работоспособном состоянии без ошибок $p(\tau)$;

$$\begin{cases} S(\tau) \rightarrow \max_{\tau \in (0, \infty)}, \\ C(\tau) \rightarrow \min_{\tau \in (0, \infty)}, \\ p(\tau) > \tilde{P}. \end{cases}$$

Одним из способов сведения многокритериальной задачи к однокритериальной является использование в качестве целевой функции линейной свертки частных критериев [7]. В нашем случае экономические показатели эффективности имеют единую природу, поэтому целевой будет функция $V(\tau)$:

$$V(\tau) = a_s S_n(\tau) - (1 - a_s) C_n(\tau).$$

Здесь a_s и a_c — весовые коэффициенты, определяющие «показатели относительной важности» критериев $S(\tau)$, $C(\tau)$ соответственно. Функция $p(\tau)$ по смыслу является монотонно убывающей на всей вещественной оси. Таким образом, задача оптимизации сводится к нахождению точки τ_{opt}^V абсолютного максимума функции $V(\tau)$ при $\tau \in (0, \tau_p)$, $p(\tau_p) = \tilde{P}$.

Рассмотрим пример оптимизации периодичности проведения ТО для системы. Пусть среднее время между моментами доступа пользователей равно 2,5 час; $k = 0.2$; $\mu = 1$; $\tilde{P} = 0.8$; $S_1 = 1000$ ден. ед., $c_0 = 400$ ден. ед./час, $C_2 = 350$ ден. ед.

Численное решение задачи в пакете Maple приводит к следующим результатам. Линейная свертка частных критериев при весовом коэффициенте $a_s = 1/2$ достигает наибольшего значения в точке $\tau_{opt}^V = 3.21$ час; при этом $S(\tau_{opt}^V) = 219.92$ ден. ед./час, $C(\tau_{opt}^V) = 67.52$ ден. ед./час, $p_1(\tau_{opt}^V) = 0.985$, $p(\tau_{opt}^V) = 0.862$. Графики зависимостей частных критериев от периодичности проведения ТО прибора представлены на рис. 2.

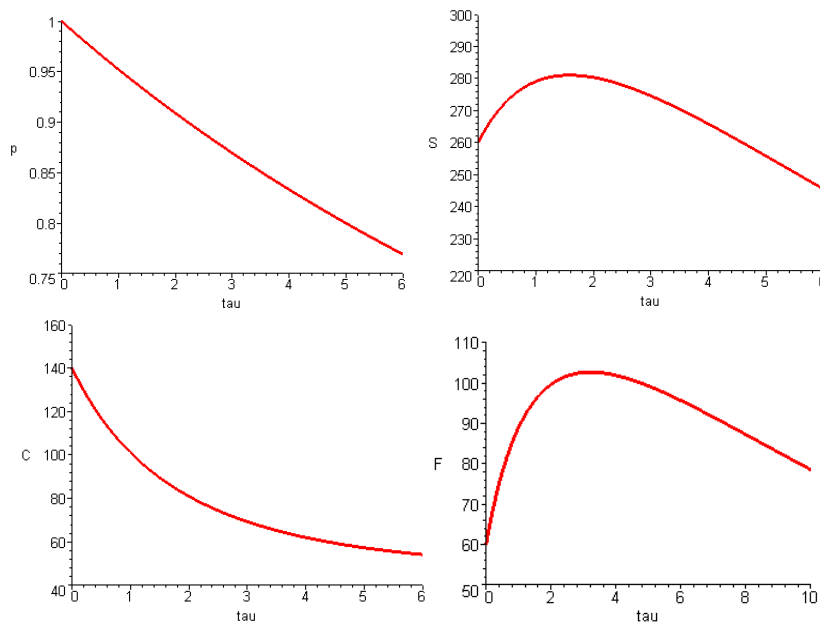


Рисунок 2. Графики зависимостей средней удельной прибыли $S(\tau)$, средних удельных затрат $C(\tau)$, финальной вероятности работоспособной системы $P(\tau)$ и линейной свертки экономических критериев

Для рассмотренного случая характеристики можно исследовать на экстремум аналитически. При более сложных входных данных (например, неэкспоненциальное распределение времени между доступами в систему) пользуются численными методами определения оптимальных значений периодичности проведения диагностики системы.

Литература

- [1] Максимов Я. А. О вычислении надежностных характеристик информационных систем // VIII Всероссийская конференция молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. — Новосибирск : ИВТ СР РАН, 2007. (<http://www.nsc.ru/ws/YM2007/12875/mzx.htm>).
- [2] Yechiali U. Queues with system disasters and impatient customers when system is down // *Queueing Systems*. 2007. Vol. 56. P. 195–202.
- [3] Perel N., Yechiali U. Queues with slow servers and impatient customers // *European Journal of Operational Research*. 2010. Vol. 201, No. 1. P. 247–258.
- [4] Королюк В. С., Турбин А. Ф. Марковские процессы восстановления в задачах надежности систем. — Киев : Наукова думка, 1982.
- [5] Peschansky A. I., Kovalenko A. I. Semi-Markov Model of a Single-server Queue with Losses and Maintenance of an Unreliable Server // *Cybernetics and Systems Analysis*. 2015. Vol. 51, No. 4. P. 632–643.
- [6] Obzherin Y. E., Boyko E. G. Semi-Markov Models: Control of Restorable Systems with Latent Failures; 1st edition. — Elsevier, 2015.
- [7] Emmerich M., Deutz A. Multicriteria Optimization and Decision Making. LIACS Master Course (2006) [Электронный ресурс] Режим доступа URL: <http://liacs.leidenuniv.nl/~emmerichmtm/MODARReader20141126.pdf>.

Авторы:

Геннадий Николаевич Рогачев — доктор технических наук, доцент, профессор кафедры автоматизации и управления в технических системах, Самарский государственный технический университет

Коваленко Анна Игоревна — аспирантка, кафедры автоматизации и управления в технических системах, Самарский государственный технический университет

Multicriterial Optimization of Preventive Maintenance of Informational/technical Stochastic System

Anna Kovalenko, Gennady Rogachev

*Samara state technical university
244, Molodogvardeiskaya str., Samara, Russia, 443100*

e-mail: grogachev@mail.ru

Abstract. The problem of optimization of reliability and economical indexes is solved for informational/technical system with periodical diagnostics and restoration. The probability that there is no error depends on the diagnostics period. Restoration time is proportional to its period.

Keywords: multicriteria optimization, maintenance of the technical systems, stochastic systems.

Referense

- [1] *Maksimov Ya. A.* (2007) O vychislenii nadezhnostnyh harakteristik informacionnyh sistem, In Proc. YM 2007. Novosibirsk (<http://www.nsc.ru/ws/YM2007/12875/mzx.htm>). [In Rus]
- [2] *Yechiali U.* (2007) *Queueing Systems*, **56**:195–202.
- [3] *Perel N., Yechiali U.* (2010) *European Journal of Operational Research*, **201**(1):247–258.
- [4] *Koroljuk V. S., Turbin A. F.* (1982) Markovskie processy vosstanovlenija v zadachah nadezhnosti sistem. Kiev, Naukova dumka.
- [5] *Peschansky A. I., Kovalenko A. I.* (2015) *Cybernetics and Systems Analysis*, **51**(4):632–643.
- [6] *Obzherin Y. E., Boyko E. G.* (2015) *Semi-Markov Models: Control of Restorable Systems with Latent Failures*. Elsevier.
- [7] *Emmerich M., Deutz A.* Multicriteria Optimization and Decision Making. LIACS Master Course (2006) <http://liacs.leidenuniv.nl/~emmerichmtm/MODARreader20141126.pdf>.